Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula?[1, 2]

J. M. Chamoso
Departamento Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales
Universidad de Salamanca
España
jchamoso@usal.es

S. Vicente
sanvicente@usal.es

E. Manchado
manchado@usal.es

D. Múñez
davidm@usal.es

Departamento Psicología Evolutiva y de la Educación
Universidad de Salamanca
España

Resumen[3]

Resolver problemas de matemáticas es una tarea cognitivamente compleja que se realiza en las aulas de primaria de la mayor parte de los países del mundo, uno de cuyos objetivos es conectar las matemáticas escolares con la vida real. Por otro lado, los libros de texto se utilizan como material fundamental de aprendizaje en primaria en la mayor parte de los países del mundo. En este trabajo se pretende caracterizar el grado de autenticidad de los problemas presentes en los libros de texto y cuadernillos complementarios de los seis cursos de primaria de una de las editoriales más utilizadas en España y Latinoamérica, adaptando el sistema de análisis creado por Palm y depurado por Depaepe. Los resultados muestran una escasez de problemas auténticos en los diversos cursos, decreciendo según se aumenta del nivel de escolaridad.

Palabras clave

Resolución de problemas, Primaria, problemas auténticos y realistas, libros de texto de Primaria.

[1] Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la I CEMACYC, celebrada en Santo Domingo, República Dominicana el año 2013.

[2] Este trabajo, realizado por los autores, fue coordinado por J. Rosales (jrosales@usal.es) y J. Orrantia (orrantia@usal.es), de la Facultad de Educación, Universidad de Salamanca (España).

[3] El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Abstract

Solving mathematics problems is a cognitively complex task that is performed in elementary classrooms of most of the countries of the world, one of whose aims is to connect school mathematics to real life. Moreover, textbooks are used as a primary learning material in elementary schools in most countries of the world. This paper aims to characterize the degree of authenticity of the problems in textbooks and supplementary booklets for the six years of elementary education from one of the publishers most used in Spain and Latin America, adapting an analysis system created by Palm and refined by Depaepe. The results show a shortage of real problems in the various grade levels, decreasing as the grade level increases.

Key words

Problem Solving, elementary education, authentic and realistic problems, elementary textbooks.

1 Introducción

Resolver un problema de matemáticas es una tarea cognitivamente compleja ya que requiere tener en cuenta diversos procesos para comprender la situación en la que el problema está inmerso y proyectar esa comprensión en la estructura matemática adecuada que permita elegir, al que intenta resolverlo, entre todos los procedimientos que conoce, cuál o cuáles son los apropiados para responder la pregunta del problema.

La resolución de problemas es una actividad fundamental en las clases de matemáticas de todos los países del mundo pues ayuda a que el alumno conecte las matemáticas con el mundo real y generalice lo que aprendió a su vida cotidiana. Sin embargo, cada vez hay más evidencias de que esta transferencia no siempre se produce como se espera y que no todos los alumnos generan las comprensiones deseadas cuando resuelven problemas.

En este trabajo presentamos un análisis de los problemas de matemáticas de primaria propuestos por una editorial conocida y utilizada en España y Latinoamérica, para intentar comprender hasta qué punto reflejan situaciones que los alumnos encuentran fuera del aula y, por tanto, valorar el salto que han de dar desde los problemas escolares para aplicar lo que aprenden a la vida real. Para ello, en primer lugar, describiremos brevemente las razones por las que la tarea de resolver un problema es una tarea compleja y qué niveles de comprensión implica; en segundo lugar, sintetizaremos los resultados de las evaluaciones que indican que los alumnos muestran dificultades para resolver problemas de matemáticas cercanos a la vida real; en tercer lugar, describiremos cómo los alumnos suelen resolver los problemas en clase de matemáticas y, finalmente, presentaremos nuestro estudio, sus resultados y las conclusiones que de él se desprenden.

2 Marco teórico

2.1 Niveles de comprensión y resolución de problemas

De acuerdo con los modelos más aceptados de resolución de problemas (por ejemplo, Verschaffel, Greer & De Corte, 2000), para resolver un problema es necesario comprenderlo antes de elegir la operación matemática necesaria para responder a la pregunta planteada. Es decir, el resolutor debe comprender la situación que se describe en términos de personajes, acciones e intenciones antes de proyectar esa situación a una estructura matemática en la que se representen los conjuntos del problema y las relaciones entre ellos, para lo cual debe utilizar sus conocimientos previos. Posteriormente, ya tiene que seleccionar la operación que, de acuerdo con la estructura matemática del problema, permite resolverlo. A continuación, ejecuta las operaciones aritméticas necesarias para obtener el resultado, y una vez obtenido, debe interpretarlo con relación al modelo matemático y la situación real descrita en el problema.

Este planteamiento teórico no siempre coincide con el desarrollo real pues, en ocasiones, los alumnos prefieren seguir un proceso simplificado y superficial de resolución pasando de los datos directamente a la operación, y de ésta al resultado, sin que exista razonamiento ni valoración de la plausibilidad del resultado obtenido. Este procesamiento superficial ha sido ampliamente documentado, por ejemplo, a través del uso para la resolución de la "estrategia de la palabra clave" mediante la cual los alumnos, a partir de los datos, buscan una palabra clave que indique qué operación han de realizar con ellos ("ganar" para sumar, "perder" para restar; e.g., Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Nesher & Teubal, 1975; Verschaffel, De Corte & Pauwels, 1992). Una vez obtenido el resultado de la operación, ésta se ofrece como solución sin constatación de que, efectivamente, ese resultado es plausible. Este modo de resolver problemas únicamente funciona con aquellos denominados consistentes (Lewis y Mayer, 1987), en los cuales la palabra clave coincide con la operación que hay que realizar (p.e., "Juan tiene 6 cromos, pierde algunos y al final le quedan 2. ¿Cuántos cromos ha perdido?", o "Juan tiene 6 cromos. Pedro tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Juan menos que Pedro?"), mientras que esta estrategia no es aplicable a los inconsistentes, de mayor grado de dificultad porque la palabra clave no coincide con la operación que hay que realizar (p.e., "Juan tiene 6 cromos, gana algunos y al final tiene 8. ¿Cuántos cromos ha ganado?" o "Juan tiene 6 cromos. Pedro tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Pedro más que Juan?").

La resolución superficial de problemas se ilustra con comportamientos tan llamativos como cuando se pidió a 97 alumnos de Primaria que resolvieran el siguiente problema (IREM de Grenoble, 1980): "En un barco hay 20 cabras y 15 vacas. ¿Cuál es la edad del capitán?". La respuesta "35" fue dada por alrededor de un 75 % de estudiantes, que ejecutaron una operación con los números proporcionados sin tener en cuenta la situación planteada. También se manifiesta en la resolución de problemas realistas, aquellos que necesitan de un razonamiento que debe considerar aspectos reales como, por ejemplo, "Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro? ".

Finalmente, este procesamiento superficial de los alumnos cuando resuelven problemas podría tener importancia en su rendimiento en las pruebas de evaluación de la competencia matemática como TIMMS o el Informe PISA ya que la resolución de problemas es una de las habilidades fundamentales que se valoran en esas evaluaciones. De hecho, el propio currículo español sostiene que la competencia matemática "cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella" (*ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria,* p. 31494).

2.2 Problemas con los problemas: qué aprenden los niños

Como acabamos de señalar, la resolución de problemas aritméticos que se realiza en clase de matemáticas no siempre contribuye a que los alumnos aprendan a aplicar los procedimientos matemáticos en situaciones de su vida diaria. Algunos autores, incluso, han comprobado que favorecen que los alumnos desarrollen una visión peculiar de qué supone resolver un problema en clase de matemáticas (De Corte y Verschaffel, 1985; Gerofsky, 1996; Lave, 1992; Reusser y Stebler, 1997a; Schoenfeld, 1991): a) todo problema puede resolverse y tiene sentido en sí mismo; b) la respuesta correcta a cada problema es única, precisa y numérica; c) la solución puede y debe obtenerse ejecutando una o varias operaciones aritméticas con los datos y, casi con toda seguridad, con todos ellos; d) el problema ha de resolverse aplicando los conceptos, fórmulas y algoritmos matemáticos tratados en las últimas clases; e) el problema contiene toda la información necesaria para interpretarlo y llegar a la solución, de manera que no debe buscarse información ajena al mismo; y f) las personas, objetos, lugares y razonamientos difieren en los problemas de matemáticas y las situaciones del mundo real, de manera que no es importante si la situación propuesta viola los conocimientos previos o las intuiciones basadas en experiencias cotidianas.

Esta chocante imagen puede estar influenciada por el papel que juegan los libros de texto en el aprendizaje de las matemáticas en primaria, al ser ampliamente utilizados por los docentes de la mayor parte de los países del mundo, lo que puede influir en los conocimientos y creencias de los profesores (Nathan y Koedinger, 2000). La proporción en su uso no parece marcar la diferencia en el rendimiento de los alumnos en matemáticas (ver Hiebert et al., 2003) pero, su contenido, puede marcar diferencias en la forma de enseñar matemáticas en los diferentes países.

Analizando ese contenido en libros de matemáticas de Primaria de conocidas y utilizadas editoriales españolas, algunos estudios mostraron que los problemas presentados, con referencia al tipo de estructuras matemáticas posibles, principalmente incluían problemas consistentes y una escasa presencia tanto de los de un contexto situacional pertinente como de problemas realistas o que requirieran un cierto grado de desafío (Orrantia, González y Vicente, 2005). Estos resultados chocan con los objetivos propuestos en el currículo oficial en matemáticas. Para que los alumnos comprendan cuál es el valor de la resolución de problemas más allá de las clases de matemáticas sería necesario plantear problemas diferentes, que permitieran establecer conexiones entre las matemáticas que aprende en la escuela y las situaciones a las que se enfrenta en su vida diaria. Una posibilidad sería utilizar problemas realistas y auténticos.

2.3 Introduciendo la vida real en el aula: problemas realistas y auténticos

Dos características que comparten la mayor parte de los problemas a los que se enfrentan los alumnos en primaria son, por un lado, que son resolubles utilizando procedimientos y conocimientos matemáticos, y por otro, que no necesitan razonamientos adicionales no cuantitativos para su resolución. Estas dos premisas no son válidas en los problemas realistas, aquellos que reproducen situaciones del mundo real y que necesitan un razonamiento basado en conocimientos más allá de los estrictamente matemáticos. En estos problemas la utilización de procedimientos aritméticos puede llevar a un alumno a asumir como correctas soluciones que, siendo válidas desde el punto de vista matemático, carecen realmente de sentido. Por ejemplo, en el problema "Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro?" los alumnos suelen realizar la multiplicación 17 x 10, asumiendo que Juan va a ser capaz de correr durante 1 kilómetro al mismo ritmo que los primeros 100 metros, lo cual va en contra del sentido común. De esta manera, en los problemas realistas se han de utilizar conocimientos no matemáticos, relacionados con el mundo real y el sentido común, lo que acerca a situaciones que aparecen en la vida cotidiana (Verschaffel y De Corte, 1997) .

Algunos autores, como Palm y Nystrom (2009), intentaron avanzar más y elaboraron versiones más auténticas de los problemas del estudio de Verschaffel y De Corte (1997). Para estos autores un problema auténtico es aquel que "representa alguna situación de la vida real de manera que aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable" (Palm, 2008, p. 40). Concretamente, consideran tres aspectos fundamentales que deben aparecer en un problema para que sea considerado auténtico:

1. Evento: si ha tenido lugar, o tiene una alta probabilidad de tener lugar, fuera de la escuela.
2. Pregunta: si hay concordancia con una situación equivalente fuera de la escuela.
3. Información y datos: si hay coincidencia con los de la vida real.

Estos autores, además, proponen otros aspectos adicionales, aunque secundarios, que contribuyen a que un problema pueda considerarse una tarea auténtica:

a) Especificidad de los datos: si los detalles de la situación descrita pueden modificar las estrategias de resolución de los alumnos.
b) Propósito en el contexto figurativo: si hay coincidencia o no del propósito de la resolución de la tarea en el contexto escolar y en la vida real, teniendo en cuenta que ese propósito sea tan claro en la escuela como lo es fuera de ella.

Un ejemplo de problema auténtico sería: Todos los alumnos de tu colegio van a hacer un viaje el 15 de mayo. Tu tutor te ha pedido que le ayudes con el transporte. Crees que lo mejor sería que todos vayan en autobús, por lo que tienes que encargarte de solicitar los necesarios. Has visto que en la lista de alumnos hay 360 nombres. Tu profesor te ha dicho que puedes pedir autobuses a Autocares Tomás y que en cada uno pueden viajar 48 alumnos. Rellena la siguiente solicitud, que vas a enviar a Autocares Tomás.

AUTOCARES TOMÁS
Nombre . . . .
Escuela . . . .
Día del viaje . . . .
Número de autobuses solicitado . . . .
Observaciones . . . .

Una vez elaboradas las versiones auténticas de los problemas, los autores compararon la proporción de respuestas correctas de los alumnos a los problemas utilizados por Verschaffel et al. con la de las versiones auténticas de los mismos problemas y los resultados mostraron que aportaban más soluciones situacionalmente correctas a los problemas reescritos de manera auténtica.

De esta manera, los problemas aritméticos verbales más cercanos a la vida real parecen ser las versiones auténticas de los problemas realistas. Sin embargo, los parámetros descritos por Palm y Burman (2004) para caracterizar los problemas como auténticos también se pueden aplicar a otros, como los problemas aritméticos. De esa forma, Palm and Burman (2009) analizaron el grado de autenticidad de los ítems de los tests nacionales de evaluación de la competencia matemática utilizados en Finlandia y Suecia en cada uno de los aspectos señalados anteriormente. Los resultados mostraron que sólo el aspecto "evento" estaba simulado en más del 90 % de los ítems, mientras que el resto de los aspectos sólo podría considerarse simulados en menos del 50 % de los ítems. En un estudio similar Depaepe, De Corte y Verschaffel (2010) analizaron los problemas resueltos por dos profesores de 6º de Primaria en una escuela de Flandes a lo largo de 7 meses y los resultados mostraron que, además del "evento", algunos aspectos como existencia, especificidad y realismo de los datos, estrategias y requerimientos de resolución estaban bien simulados en los problemas.

En resumen, resolver un problema de matemáticas es una competencia compleja ya que implica la comprensión del problema en diversos sentidos, aunque en muchas ocasiones los alumnos los resuelven de manera superficial yendo directamente de los datos a la operación sin razonamiento. Esta forma superficial de resolver problemas encaja con las reglas del contrato didáctico que prevalece en el desarrollo de muchas clases de matemáticas ya que algunos alumnos aprenden a resolver problemas verbales sin movilizar razonamientos, algo que contradice el concepto de competencia matemática tanto de organismos internacionales como la OCDE o el propio currículo de matemáticas en España. Asimismo, algunas de las características de los problemas incluidos en los libros de texto de matemáticas de primaria contribuyen a que este modo superficial de resolver los problemas baste para resolver con éxito la mayor parte de ellos, aunque eso signifique desvincular las matemáticas escolares de la vida real. Por otro lado los problemas realistas y auténticos, que requieren una comprensión más allá de lo estrictamente matemático y permiten al alumno comprender la situación pueden favorecer un proceso de resolución más vinculado con la vida real.

En España no se conocen análisis de problemas de los libros de texto relacionando las situaciones propuestas con las situaciones auténticas, según la caracterización de Palm para los ítems de evaluación de la competencia matemática en Suecia y Finlandia, y por Depaepe et al. en escuelas de Flandes. El objetivo del presente estudio es caracterizar el grado de autenticidad de los problemas de los libros de texto y cuadernillos complementarios de una de las editoriales más utilizadas en nuestro país, adaptando el sistema de análisis creado por Palm y depurado por Depaepe. Al analizar los problemas de todos los cursos académicos de primaria, podremos describir la evolución del nivel de autenticidad a lo largo de ellos. También se analizarán algunas de las medidas ya descritas en el artículo de Orrantia, González y Vicente (2005) para comprobar si los problemas propuestos han variado.

3 Método

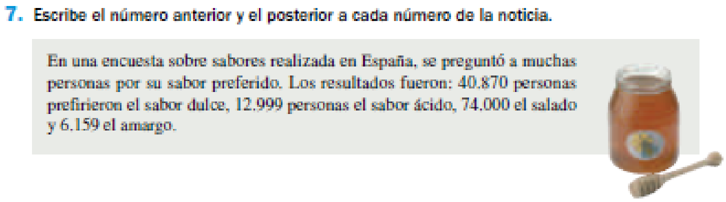
Procedimiento

La muestra de problemas considerada se tomó de los libros de texto y los cuadernillos trimestrales de los seis cursos de Educación Primaria de una editorial conocida y utilizada en España y Latinoamérica. Únicamente se consideraron aquellos problemas que cumplían los dos criterios: a) tener tanto un enunciado verbal como una pregunta que aludiera a la situación descrita; y b) que requiriera al menos una operación aritmética para ser resuelto. De esta manera no se consideraron aquellos problemas que realizaban una pregunta sobre una situación figurativa (por ejemplo, un dibujo) al no permitir una adecuada categorización de los datos ni el evento, que faltara la pregunta, que pidiesen inventar el enunciado a partir de cálculos dados, que comparasen magnitudes ni los que no requerían realizar ningún cálculo. En concreto, el problema 1 se consideraría para el análisis mientras que los problemas 2 y 3 no.

"Elena quiere comprar un chicle y una gominola. El chicle cuesta 60 céntimos y la gominola 35. ¿Cuánto dinero necesita Elena para comprar las dos cosas?" Ejemplo 1. 3º Primaria, p. 17

6. Calcula cuánto dinero hay en total.

Ejemplo 2. 3º Primaria, p. 174


7. **Escribe el número anterior y el posterior a cada número de la noticia.**

En una encuesta sobre sabores realizada en España, se preguntó a muchas personas por su sabor preferido. Los resultados fueron: 40.870 personas prefirieron el sabor dulce, 12.999 personas el sabor ácido, 74.000 el salado y 6.159 el amargo.

Ejemplo 3. 3º Primaria, p. 23

Categorías de análisis

Los problemas se categorizaron a partir de algunas de las categorías propuestas por Palm (2008), adaptadas de las Depaepe et al. (2010) (ver Tabla I) en los siguientes sentidos:

1. Auténtico: El evento es próximo al alumno fuera de la escuela, la pregunta formulada tiene sentido, los datos proporcionados son adecuados, existe un propósito y los datos son específicos. Un ejemplo sería:

   Félix quiere pesar a su perro, pero no consigue que esté quieto encima de la báscula. Explica lo que ha hecho para calcular cuánto pesa el perro y halla tú ese peso.

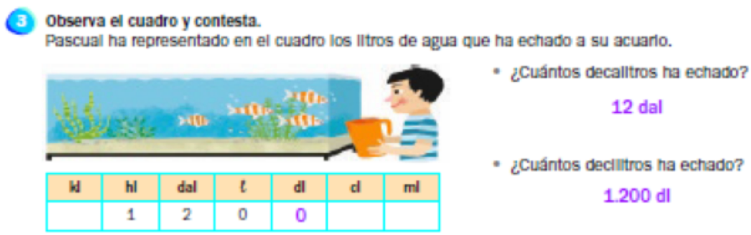
   

   3º Primaria, p. 159

2. Estándar ajustado: Describen situaciones cercanas al alumno, con cantidades razonables, pero sin un propósito concreto. Serían similares a los auténticos pero sin un propósito evidente. Ejemplo: "Carmen salió de casa con 50 € para hacer la compra. Primero, gastó 27 € en la pescadería y, después, 14 € en la frutería. ¿Cuánto dinero le sobró?" (4º Primaria, p. 35)
3. Estándar: Describen situaciones que el alumno podría encontrar en la vida real, con datos adecuados pero no específicos, o bien con datos específicos pero en situaciones no próximas al alumno por la forma que se plantean. Es decir, situaciones más alejadas que los estándar ajustados. Ejemplo: "A un lago han llegado 5 autocares con 50 personas en cada uno. ¿Cuántas personas han llegado?" (4º Primaria, p. 29)
4. Contenedor: Describen situaciones que, aun siendo conocidas por el alumno, no son cercanas ni por evento ni por especificidad de los datos y en las que cabe casi cualquier situación con cualquier magnitud de los conjuntos y cualquier acción sobre ellos. Los datos pueden ser ridículamente exactos y poco específicos. Ejemplo: "En un almacén se envasaron 42 cajas de cerezas. En cada caja pusieron 3 kilos. ¿Cuántos kilos se envasaron?" (4º Primaria, p. 17)
5. Ejercicio camuflado: Proponen situaciones, generalmente extrañas, en las que es evidente que lo importante es ejercitar la operación objeto de estudio. Se

diferencian del estándar en que la pregunta tiene poco sentido. Ejemplo: "Un sello mide 6 cm y 4 mm de largo y 3 cm y 7 mm de ancho. ¿Cuántos milímetros mide de largo más que de ancho?" (4º Primaria, p. 95)

6. Problema absurdo: Describen situaciones ajenas a la vida cotidiana del alumno, los datos se presentan de manera grotesca o se plantea una pregunta con escaso sentido con relación a la situación propuesta. Ejemplos:
   - Por evento: "En un hormiguero hay 4 millones de hormigas. Cada una mide 3 mm de largo. Si se colocasen todas en fila, sin dejar ningún espacio entre ellas, ¿la longitud de la fila sería mayor o menor de 10 km?" (6º Primaria, p. 167)
   - Por pregunta:



5º Primaria, Cuadernillo 3, p. 14

   - Por existencia de datos: "Leonor compra doce cuartos de kilo de garbanzos y Concha compra seis medios kilos. ¿Cuántos kilos compra cada una? ¿Quién compra más?" (5º Primaria, p.71)

Codificación de los datos

Tres autores realizaron una primera codificación exploratoria conjunta del 20 % de los problemas, concretamente referidos a los de los cursos 3º y 4º. Durante esa primera codificación se realizaron las especificaciones en los criterios suficientes para alcanzar un nivel aceptable de fiabilidad y se descartaron dos categorías –uso del lenguaje y herramientas externas- que apenas discriminaban. Posteriormente se realizó una segunda codificación del 20 % de problemas diferentes de una muestra representativa en función tanto del curso como del tema tratado, de manera independiente, por parte de los tres autores.

En los resultados obtenidos se calculó el índice de acuerdo inter-jueces con el coeficiente alfa de Cronbach para cada una de las categorías de análisis, con los siguientes resultados: Evento, $\alpha = .97$; pregunta, $\alpha = .99$; existencia de información, $\alpha = .98$; propósito, $\alpha = .97$; especificidad de los datos, $\alpha = .99$, todos altamente significativos ($p > .001$)

El 80 % restante de los problemas (incluido el 20 % de los problemas analizados en la primera codificación exploratoria) fue categorizado únicamente por uno de los investigadores, discutiendo entre los 3 en aquellos que la codificación presentaba dificultades en algún aspecto que se resolvió mediante discusión y acuerdo.

Tabla 1
Marco teórico para el análisis de los problemas de matemáticas

Aspecto	Puntuación		
	1	0.5	0
Evento*	a) El alumno podría encontrarlo en la vida real, fuera de la escuela. b) El alumno, sin ser protagonista, puede compartirlo con personas cercanas de manera frecuente o relativamente frecuente (p.e.: irse de vacaciones y calcular los gastos).	a) El alumno podría encontrarlo fuera de la escuela aunque con escasa probabilidad. b) El alumno, sin ser protagonista, puede compartirlo con personas cercanas de manera poco frecuente (p.e.: comprar una nevera o un coche). c) El alumno puede haberlo conocido pero el papel que se le exige no coincide con el suyo (p.e.: personas que hay dentro de un museo).	a) Es imaginario. b) Aunque incluya objetos del mundo real, es ficticio (p.e.: hormigas que se ponen en fila india, meros que calculan profundidades de algas). c) No existe evento porque el problema es puramente matemático.
Pregunta*	a) Podría ser formulada de manera habitual para el evento descrito. La respuesta tiene un valor práctico o es interesante incluso para los no interesados en matemáticas. b) Incluye las de tipos de problemas de comparación 1 y 2, cambio 5 y 6, cuya validez podría merecer una puntuación menor pero que no podrían formularse de otra manera. c) Pide el resultado en una unidad concreta y habitual, incluso si implica un cambio de unidades (km, m, cm, mm; Tm, kg, mg; l, cl, ml)	a) Podría formularse en el contexto real pero su interés es limitado para el alumno. b) Aunque podría tener sentido, alude a una cantidad o período de tiempo que no se corresponde con lo que cabría esperarse en una situación real (p.e.: teléfonos empaquetados en 7 o en 17 horas, y no en 8 -jornada laboral-, o 24 -día completo) c) Incluye los tipos de problemas de comparación 1 y 2, cambio 5 y 6 de utilidad escasa (¿cuántas gallinas menos que conejos hay? 2º Primaria d) Pide el resultado en una unidad diferente a la habitual.	a) No podría formularse en el mundo real. b) Solicita el resultado en una medida no habitual en la vida real.

Existencia de datos*	a) Los datos relevantes en la situación simulada coinciden con los datos accesibles en la escuela	a) Los datos podrían existir en la realidad pero no en la forma habitual en la que se presentarían, y no se justifica la causa de esta presentación; la presentación de los datos es compleja pero la situación no justifica esa complejidad en la presentación (p.e.: algunos problemas de comparación 3 y 4, problemas de fracciones o porcentajes en los que se conoce el porcentaje pero no la cantidad); b) Se mezclan datos expresados con entidades diferentes, siendo al menos uno de ellos de uso común (p.e.: fracciones: ¼, ½, 1/3, 1/5, 1/8 para pizzas, 1/10); unidades: las comunes, como km, m, cm, mm; Tm, kg, mg; l, cl, ml)	a) Los datos relevantes que son importantes para la solución de la situación simulada no son los mismos que los accesibles en la escuela o esta información sólo es accesible aplicando competencias diferentes a las requeridas en la situación simulada (p.e.: medias o desviaciones típicas) b) La precisión en la cantidad de los datos sería imposible en la vida real (p.e.: un pez que pone 236 huevos en una pecera) c) Se mezclan datos expresados con entidades diferentes o poco comunes. d) Cada cantidad del problema, incluida por la que se pregunta, es diferente de las demás, al menos una de ellas poco habitual.

Propósito en el contexto figurativo	a) Se menciona explícitamente en la tarea escolar y está en concordancia con el de resolver la situación simulada	a) A pesar de no ser explícito, podría deducirse con sentido común (p.e.: saber cuánto te tienen que dar de vuelta, saber la diferencia de altura entre dos niños) o forman parte de lo un alumno querría saber por curiosidad, sin propósito concreto.	a) No es claro. El contexto escolar podría describirse de manera general, sin aludir a ninguna situación concreta, de manera que podría ajustarse a muchas situaciones y propósitos para resolver la tarea.
Especificidad de los datos	a) Los personajes tienen nombre propio, los objetos están definidos y los lugares son específicos. b) El problema está formulado en 1ª o 2ª persona. c) El problema se refiere a un objeto o situación cercana al alumno y se refiere a ella con un artículo determinado (p.e.: "la clase") d) Si se utilizan gráficos, se menciona su procedencia o se aporta un contexto que permita deducirla (p.e.: se adjunta un dibujo representando el escaparate de una tienda con precios)	a) La situación en la tarea escolar no es específica pero al menos lo son los objetos que son objeto de tratamiento matemático. b) No se aporta el nombre de los personajes pero sí su papel. c) Se aporta el nombre de los personajes pero no su papel, lo cual hace que no puedan valorarse otros aspectos como el realismo de los datos (no es lo mismo que Ángel recoja 100 kg de patatas si es un agricultor que si no lo es pero tiene un huerto a la vuelta de su casa) d) El problema se refiere a un objeto o situación no necesariamente cercana al alumno y se refiere a ella con un artículo determinado (p.e.: "el lago")	a) La situación en el contexto escolar es general en la que los objetos y los sujetos no están especificados

Fuente: Adaptado de Palm & Burman, 2004, citado en De Paepe, De Corte & Verschaffel, 2010.

Por otro lado, se analizó el tipo de problema al que pertenecía cada uno de ellos en función de su estructura conceptual. En primer lugar, se clasificaron en función de si su estructura era aditiva o multiplicativa. En el primer caso, los de estructura aditiva fueron categorizados a partir de la clasificación de Heller y Greeno (1978): cambio, comparación y combinación. Cada uno de estas categorías se dividió en varios subtipos en función de los términos en que estén formulados y de la operación que requiera su resolución (sumas o restas), para poder, finalmente, determinar si eran problemas consistentes o inconsistentes, en función de si la operación que se requiere coincide o no con la palabra clave contenida en el problema (p.e.: "ganar" para sumar) o no. En el segundo, los de estructura multiplicativa, se categorizaron en función de la operación necesaria para resolverse: los que se resolvían con una multiplicación se clasificaron en multiplicación razón, multiplicación comparación y producto cartesiano y los que se resolvían con una división en división razón, cuotición o comparación.

Predicciones

Estudios previos permiten suponer que una gran parte de los problemas sean consistentes, especialmente de combinación y cambio, y fundamentalmente, problemas estándar y contenedor, aunque con una proporción significativa de problemas absurdos especialmente en los cursos superiores.

4 Resultados

Las actividades analizadas fueron 8373, de las cuales 2399 eran aritméticos (un 28,75 %). En cuanto a la estructura de los problemas, un 37,14 % la tenían aditiva, un 39,52 % multiplicativa y un 23,34 mixta aditiva y multiplicativa. De los problemas que tenían una estructura aditiva, la mayor parte eran de combinación, seguidos de comparación y cambio (Tabla 2):

Tabla 2
Porcentajes de problemas de estructura aditiva por subtipos.

TIPO	Cambio	Comparación	Combinación	Igualación
	%	%	%	%
1	6,22 %	7,57 %	38,12 %	1,17 %
2	16,89 %	3,70 %	17,18 %	
3	1,17 %	3,64 %		
4	1,17 %	2,17 %		
5	0,29 %	0,06 %		
6	0,53 %	0,12 %		

Referido a la consistencia de los problemas, la mayoría fueron consistentes (un 73 %), mientras que el resto fueron inconsistentes (27 %), de los cuales la mayor parte eran de Combinación 2, la más fácil de los problemas inconsistentes (Figura 1):

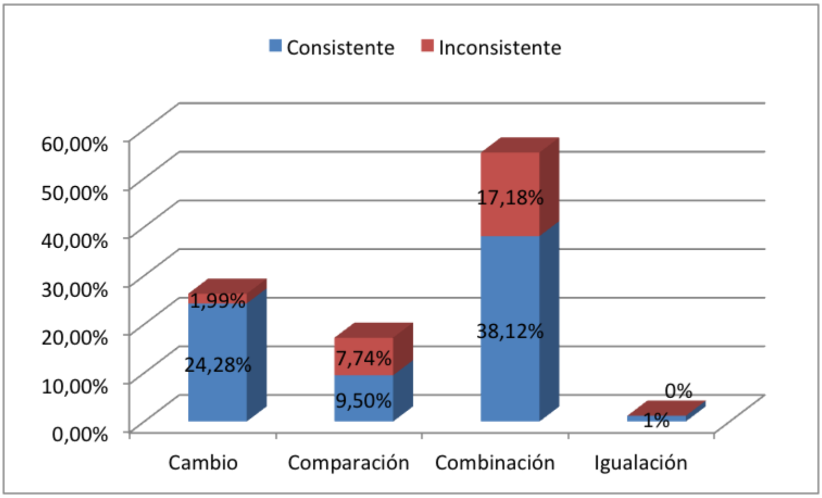


Figura 1: Resultados por tipo de problema de estructura aditiva.

En cuanto a los problemas de estructura multiplicativa, los que se resolvían con una multiplicación era similar a los que se resolvían con una división (Tabla 3). Sin embargo, la variedad de este tipo de problemas era muy diferente pues, casi todos los que se resolvían con una multiplicación, pertenecían a un único tipo (Multiplicación razón) mientras que la mayor parte de los de división se distribuyeron entre las categorías "partición" y "cuotición".

Tabla 3
Resultados por tipo de problema de estructura multiplicativa

Multiplicación			División		
Razón	Comparación	Producto cartesiano	Partición	Cuotición	Comparación
57,19 %	2,46 %	0,07 %	20,18 %	16,38 %	3,75 %
59,72 %			40,28 %		

Referido al nivel de autenticidad de los problemas, los resultados globales indican que más del 75 % se distribuyó entre las categorías "Estándar ajustado", "Estándar" y "Contenedor", mientras que "Absurdos" supusieron un 8,5 % del total y los "Auténticos" el 2,3 % (Figura 2):

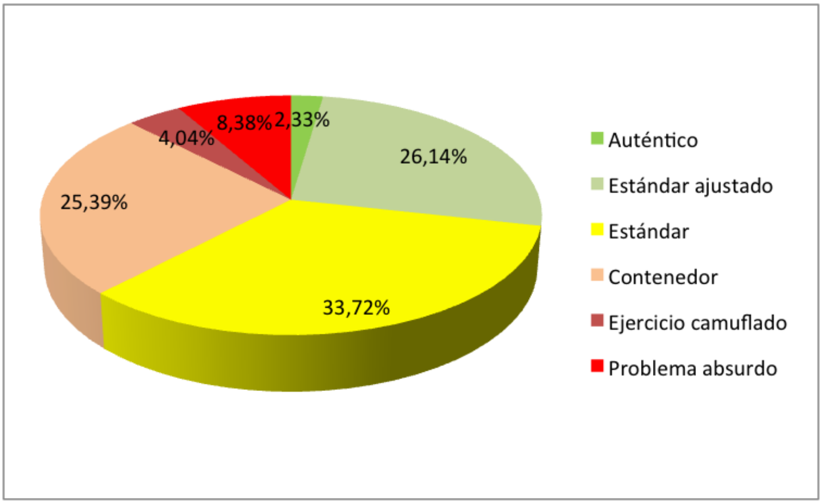


Figura 2: Proporciones de problemas por nivel de autenticidad.

Estos resultados varían notablemente considerando el curso en el que se presentaron: en los inferiores, la proporción de absurdos o ejercicios camuflados es mínima, mientras que los auténticos y estándar ajustados suman en torno al 50 % (48 % en 1º y 2º). Por el contrario, en los cursos superiores el porcentaje de los problemas absurdos y ejercicios camuflados es notablemente superior que en los cursos inferiores (un 16 % en 5º y un 20 % en 6º) (Figura 3):

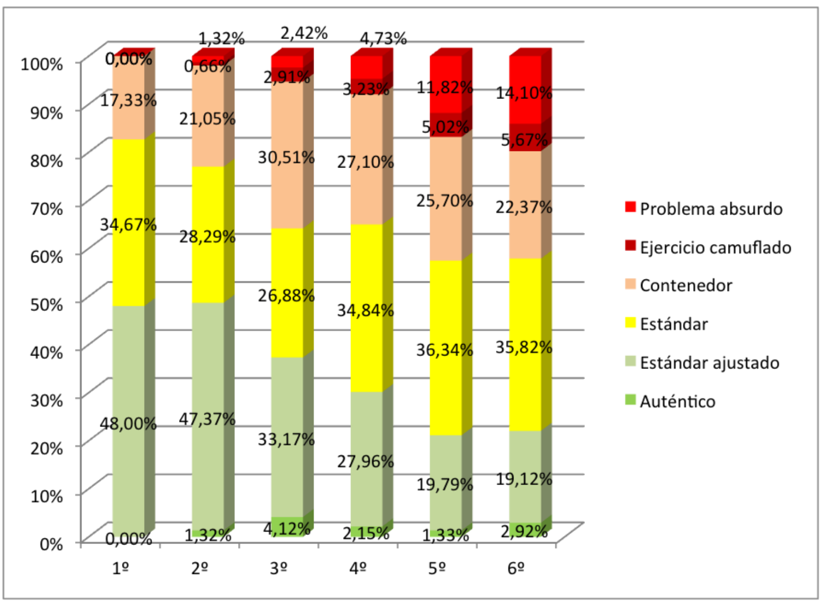


Figura 3: Proporciones de problemas por nivel de autenticidad y curso.

5 Discusión

La primera conclusión que puede extraerse del presente estudio es que la variedad de estructuras matemáticas de los problemas utilizados en la muestra de libros de texto de los 6 cursos de Primaria analizados no difiere esencialmente desde el estudio de Orrantia et al. (2005). En concreto, de los subtipos de problemas aritméticos posibles, la proporción de problemas inconsistentes, aquellos que requieren realizar un cierto razonamiento matemático para su resolución, es muy inferior al de problemas consistentes. Ello puede significar que, como los alumnos en Primaria se suelen enfrentar a resolver problemas de manera sistemática a través de estrategias superficiales como la elección de la operación a través de la palabra clave, terminan por automatizar la forma de resolver los lo que puede que no ayude lo suficiente cuando tengan que enfrentarse a otro tipo de problemas no tan sistemáticos. Ese planteamiento de los libros de texto puede favorecer que los maestros se ajusten a él, a plantear procesos de resolución basados en la selección de los datos y selección y ejecución de operaciones, sin incidir en el razonamiento (Rosales et al, 2008a y b, 2012). Ello dejaría fuera de las clases de matemáticas aquellos problemas en los que es necesario el razonamiento matemático o que pueden aparecer en la vida cotidiana. Es razonable pensar que, cuando los alumnos tengan que enfrentarse, por ejemplo, a una situación real de comparación 5 (que no aparece ni una sola vez en los libros de texto), utilicen estrategias informales en vez de las matemáticas aprendidas en la escuela (el alumno no puede aplicar lo que no ha aprendido), lo cual no hará sino reforzar la dicotomía entre matemáticas escolares y matemática informal y reforzar la disociación entre escuela y mundo real.

Por otra parte, respecto a los tres tipos de problemas de estructura multiplicativa, mostraban un significado muy limitado del significado del concepto de multiplicación ya que, de los tres tipos posibles, los de razón eran prácticamente los únicos que aparecían en los libros de texto. Al igual que en los problemas de estructura aditiva, esto conlleva una visión limitada de las situaciones de estructura multiplicativa de manera que, previsiblemente, los alumnos mostrarán dificultades en reconocer situaciones en las que la multiplicación resulta útil como multiplicación comparativa y, especialmente, de producto cartesiano. Parece conveniente enriquecer la dieta instruccional de los problemas para que incluyan más significados en ese sentido.

Respecto al grado de autenticidad de los problemas, la proporción de auténticos es muy pequeña lo cual, unida a la de absurdos y camuflados (en total en torno al 12 %), muestra que los problemas matemáticos planteados por los libros de texto se plantean distantes a la vida real de los alumnos. Este aspecto se acentúa porque la resolución de esa escasez de problemas absurdos no requieren desafío por el resolutor sino, más bien, favorecen el desarrollo de estrategias superficiales de resolución en detrimento del proceso genuino propuesto por Verschaffel et al (2000).

Desde otro punto de vista, una cuarta parte de los problemas analizados se encontrarían a un solo paso de plantearse como auténticos. En concreto, los problemas estándar ajustados podrían convertirse en auténticos sin más que añadir un propósito a la situación propuesta. Este tipo de reescritura intencional ya ha demostrado su utilidad en el trabajo de Orrantia et al (2011), quienes añadieron intenciones y metas a problemas de cambio de dos operaciones. Esas metas, vinculadas al modelo matemático del problema, facilitaban la proyección de la información situacional del enunciado al modelo matemático, por lo cual cumplía una doble función: proporcionaba un propósito a la situación y favorecía el razonamiento situacional y matemático. El resto de los problemas, estándar y contenedor, que suman aproximadamente la mitad de los existentes en los libros de texto, las situaciones son relativamente lejanas e inespecíficas para los alumnos, lo cual no favorece que éstos comprendan el fin último de la resolución de problemas pero al menos, probablemente, serán percibidas como meros ejercicios al servicio de la automatización de los procedimientos aritméticos que, por otra parte, consumen una parte considerable del espacio de los libros de texto (ver Vicente, Orrantia y Manchado, 2011). En cualquier caso, parece necesario que en estos problemas se presentaran situaciones más cercanas a los alumnos y se aludiera a situaciones más concretas, en términos de objetos, lugares y personajes, para que pudieran ser entendidas por los alumnos como situaciones más auténticas.

Por otra parte, el aumento de problemas absurdos y camuflados en los cursos superiores hace pensar que la separación entre las matemáticas escolares y las situaciones de la vida real se incrementa con el nivel académico. Una explicación posible a este hecho es que, a medida que el alumno avanza en los cursos de primaria, los conceptos y procedimientos que ha de aprender son progresivamente más complejos, lo que dificulta la elaboración de problemas que reproduzcan situaciones reales. Es decir, mientras que en los cursos inferiores los alumnos aprenden a sumar y restar, para lo que elaborar situaciones cercanas resulta asequible, en los cursos superiores, en los que se aprenden conceptos más complicados, resulta más dificultoso elaborar situaciones en las que el alumno pueda verse inmerso en la vida real.

Ante esto cabría preguntarse si, para el desarrollo de la competencia matemática del alumno, es más conveniente reducir los problemas aritméticos en los temas en los que encontrar situaciones auténticas es más difícil, previniendo así el efecto que estos problemas tienen en el establecimiento del contrato didáctico en clase de matemáticas, o bien seguir sacrificando la utilidad que pudieran tener los problemas para generar sentido para las operaciones aritméticas a favor del mero ejercicio de esas operaciones. No obstante, un análisis del nivel de autenticidad de los problemas en función del contenido matemático sería necesario para comprobar en cuales se plantean de forma más o menos auténticas.

Referencias

De Corte, E. & Verschaffel, L., (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior 4*, 3–21.

Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher education, 26*, 152-160

Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 16* (2), 36-45.

Heller, J.I. & Greeno, J.G. (1978). *Semantic processing in arithmetic word problem solving*. Paper presentado en Midwestern Psychological Association Convention. Chicago.

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C.A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology, 87* (1), 18-32.

Hiebert, J., Gallimore, R., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M. y otros (2003). *Teaching mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washintong, D.C.: National Center for Education Statistics (NCES).

Institut De Recherche Sur L'enseignement Des Mathématiques (IREM) de Grenoble (1980). *Bulletin de l' Association desprofesseurs de Mathématique de l' Enseignement Public, 323,* 235-243

Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. En P. Light & G. Butterworth (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 74-92). Nueva York: Harvester Wheatsheaf.

Lewis, A. B. & Mayer, R.E. (1987). Students's miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology,* 79 (4), 363-371.

Nathan, M. & Koedinger, K. (2000). An Investigation of Teachers' Beliefs of Students' Algebra Development. *Cognition and Instruction, 18*(2), 209–237

Nesher, P., & Teubal, E. (1975). Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics, 6*, 41 - 51.

Orrantia, J., González, L.B. & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia & Aprendizaje, 28* (4), 429-451

Orrantia, J. Tarín, J. & Vicente, S. (2011). El uso de la información situacional en la resolución de problemas aritméticos. *Infancia & Aprendizaje, 34*(1), 81-94

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 67*, 37–58

Palm, T. & Burman, L. (2004). Reality in mathematics assessment. An analysis of task-reality concordance in Finnish and Swedish national assessments. *Nordic Studies in Mathematics Education, 3*, 1-34

Palm, T. & Nyström, P. (2009). Gender Aspects of Sense Making in Word Problem Solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 59-76

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning and Instruction, 7*, 309-328.

Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. & Chamoso, J. (2008a). La resolución de problemas aritméticos en el aula. ¿Qué hacen los maestros cuando trabajan conjuntamente con sus alumnos? *Cultura & Educación, 20*(4), 423-439.

Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. & Chamoso, J. (2008b). Studying mathematics problem-solving classrooms. A comparison between the discourse of in-service teachers and student teachers. *European Journal of Psychology of Education, 23*(3), 275-294

Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J. Múñez, D. & Orrantia, J. (2012). Teacher student interaction in joint word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and Teacher Education, 28*,

Schoenfeld, A. H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. En J. F. Voss, D. N. Perkins & J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: a teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28 (5), 577-601.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology, 84*, 85-94.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.

Vicente, S., Orrantia, J. & Manchado, E. (2011, September). *Authenticity level of mathematic word problems solved by Spanish Primary education students.* Poster session presented at the 14th Biennal Conference Earli 2011, Exeter, U.K.